
**STRUKTUR ARGUMENTASI PENALARAN
KOVARIASIONAL SISWA KELAS VIII B MTsN 1 KEDIRI
(THE ARGUMENTATION STRUCTURE OF CLASS VIII B STUDENTS'
COVARIATIONAL REASONING IN MTsN 1 KEDIRI)**

Ulumul Umah¹, Abdur Rahman As'ari², I Made Sulandra³

¹Universitas Pesantren Tinggi Darul 'Ulum, ulumul.umah@mipa.unipdu.ac.id

²Universitas Negeri Malang, abdur.rahman.fmipa@um.ac.id

³Universitas Negeri Malang, made.sulandra.fmipa@um.ac.id

Abstrak

Argumen matematis siswa tingkat dasar hingga sekolah menengah sering sulit dikaitkan dengan pembuktian matematis formal. Model Argumen Toulmin menawarkan suatu pendekatan untuk menganalisis argumen yang sangat berbeda dengan pendekatan logika formal. Studi ini bertujuan untuk mendeskripsikan struktur argumentasi siswa kelas VIII B MTsN 1 Kediri ketika menyelesaikan masalah kovariansi berdasarkan teori argumentasi Toulmin. Hasil penelitian ini mengungkapkan bahwa subjek belum memiliki struktur argumen yang lengkap. Secara umum subjek membangun argumen secara induktif. Peran "backing" menjadi esensial ketika argumen subjek didukung oleh contoh-contoh kasus yang mengantarkan pada suatu kesimpulan, sementara "qualifier" dan "rebuttal" tidak muncul pada struktur argumen mereka.

Kata kunci: Model Argumen Toulmin, Penalaran Kovariasional

Abstract

Mathematical arguments of students in elementary through high school levels are often difficult associated with formal mathematical proof. Toulmin's Model of Argument offers an approach to analyze the arguments very different from the formal logic approach. The purpose of this study is to describe the structure of class VIII B MTsN 1 Kediri students' argument while solving the covariational problem based on Toulmin's theory of argumentation. The result reveals that the subjects did not have the complete structure of the argument. In general, the subject of building an argument inductively. The role of "backing" becomes essential when the subject's argument is supported by examples of cases that leads to a conclusion while the "qualifier" and "rebuttal" does not appear in the structure of their arguments .

Keywords: Toulmin's Model of Argument, Covariational Reasoning

PENDAHULUAN

Penalaran merupakan aspek penting dalam belajar matematika. Bernalar secara matematis adalah suatu kebiasaan berpikir, dan seperti halnya semua kebiasaan, penalaran harus dibangun melalui penggunaan yang konsisten dalam

banyak konteks (NCTM, 2002: 56). BSNP (2006) menetapkan salah satu tujuan pembelajaran matematika yaitu agar peserta didik memiliki kemampuan menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika. Kompetensi bernalar juga tercermin pada kompetensi inti dalam Kurikulum 2013 oleh Kemendikbud (2013) yaitu mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan. NCTM (2002) menetapkan standar penalaran matematis untuk Pre-K-12 mencakup standar penting pada penalaran dan pembuktian, yaitu siswa harus dapat mengenali penalaran dan pembuktian sebagai aspek pokok matematika, membuat dan menginvestigasi dugaan matematis, membangun dan mengevaluasi argumen dan bukti matematis, serta memilih dan menggunakan berbagai jenis penalaran dan metode pembuktian.

Penalaran harus menjadi bagian dari pengalaman siswa belajar matematika pada setiap tingkat sekolah. Sebagaimana siswa berpindah dari satu tingkat ke tingkat yang lebih tinggi, mereka harus dapat memodifikasi dan memperkuat penalaran mereka. NCTM (2002: 58) mengungkapkan bahwa menyediakan lingkungan yang kaya bagi penalaran matematis dapat dilakukan dalam kelas yang menyediakan kesempatan bagi siswa untuk mempresentasikan pemikiran mereka dan mengevaluasi pemikiran orang lain. (NCTM, 2009: 10-11) menyebutkan bahwa kemampuan penalaran siswa berkembang dari bentuk yang tidak formal ke bentuk yang lebih formal. Penjelasan siswa tingkat awal biasanya diungkapkan secara verbal dalam bahasa mereka sendiri. Sedangkan siswa tingkat sekolah tinggi harus dapat mempresentasikan argumen matematis dalam bentuk tertulis yang dapat diterima oleh matematikawan profesional. Dalam teori “tiga dunia matematika” oleh Tall (2008), matematika sekolah dibangun dari perwujudan konsep fisik dan aksi dan berpindah ke dunia simbol. Transisi berikutnya menuju dunia aksiomatik formal dibangun berdasarkan pengalaman dari perwujudan dan simbolik untuk merumuskan definisi formal.

Brodie (2010: 7) menyatakan bahwa ketika siswa bernalar, mereka mengembangkan argumen-argumen untuk meyakinkan orang lain atau diri mereka sendiri dari klaim tertentu; untuk memecahkan masalah, atau untuk mengintegrasikan sejumlah gagasan menjadi satu kesatuan yang lebih koheren. Argumen dalam matematika dapat dinyatakan dalam logika formal maupun informal. Aberdein (2006) menyebutkan bahwa perbedaan antara logika formal dan informal dapat diartikan dalam berbagai cara karena ambiguitas dari kata “formal”, namun logika informal tidak meninggalkan prinsip normatif dan ketepatan. Logika informal lebih menyangkut pada argumen yang tidak dapat dinyatakan secara handal oleh bentuk logis murni dari komponen-komponen proposisi, melainkan argumen tersebut diekspresikan dalam bahasa yang alamiah.

Penalaran kovariasional menjadi bagian yang fundamental bagi pembelajaran tentang fungsi. Saldanha & Thompson (1998), Carlson dkk (2002), Carlson & Thompson (2005), Bishop & John (2008), dan Johnson (2012) telah melakukan penelitian tentang penalaran kovariasional. Hasil penelitian menunjukkan pentingnya memberikan pengalaman tentang kovariansi kepada siswa pada saat awal mempelajari konsep fungsi. Penelitian terdahulu tersebut

telah mendeskripsikan penalaran siswa dalam koordinasi nilai-nilai pada variabel, tetapi belum memberikan pandangan terhadap struktur argumentasi yang melandasi aksi-aksi mental kovariansi mereka.

Saldanha & Thompson (1998) memandang bahwa gambaran siswa tentang kovariansi bersifat berkembang dan siswa tingkat paling awal hingga kelas 12 mengambil bentuk yang agak berbeda dengan karakterisasi kovariansi secara formal. Penalaran kovariasional dapat diidentifikasi dari aksi mental kovariasional yang dibentuk oleh argumen-argumen. Bentuk penalaran siswa yang kurang formal sangat mungkin dibentuk oleh argumen-argumen yang juga kurang formal. Oleh karena itu, untuk menganalisis struktur argumen siswa, perlu adanya suatu kerangka kerja yang dapat mengakomodasi bentuk argumen informal. Model argumen Toulmin menawarkan suatu pendekatan untuk menganalisis argumen yang berbeda dari logika formal. Yackel (2002), Aberdein (2005), Aberdein (2006a), Aberdein (2008b), dan Brinkerhoff (2007) juga menunjukkan bahwa Model argumen Toulmin dapat digunakan untuk menangkap struktur argumen formal maupun informal. Hal ini memberikan keleluasaan bagi Model Argumen Toulmin untuk menganalisis berbagai bentuk argumen.

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan struktur argumen pada aksi-aksi mental kovariasional siswa kelas VIIIB MTs Negeri 1 Kediri dengan menggunakan Model Argumen Toulmin. Siswa kelas VIII dipilih sebagai sasaran subjek penelitian karena pada tingkat ini siswa mulai mempelajari konsep formal tentang fungsi sehingga tahapan ini menjadi titik penting bagi perkembangan penalaran tentang kovariansi. Hasil penelitian diharapkan dapat memperkaya teori tentang penalaran kovariansi serta dapat dimanfaatkan oleh pendidik untuk mengembangkan penalaran siswa.

KAJIAN TEORI

Penalaran Matematis

Secara umum, penalaran dapat dikatakan sebagai proses penarikan kesimpulan berdasarkan bukti-bukti atau asumsi yang ada. Istilah penalaran di kalangan sebagian besar matematikawan dan pendidik matematika digunakan tanpa penjelasan eksplisit mengenai artinya. Thompson (1996) membuat upaya untuk mendeskripsikan istilah penalaran matematis secara eksplisit sebagai “inferensi, deduksi, induksi, dan asosiasi dalam hal kuantitas dan struktur” yang mengikuti pandangan Piaget bahwa penalaran matematis dan sains adalah aktivitas yang mengarah pada pemahaman individu tentang kuantitas dan struktur. Sebagaimana yang diungkapkan oleh Brodie (2010: 7), ketika siswa bernalar, mereka mengembangkan argumen-argumen untuk meyakinkan orang lain atau diri mereka sendiri dari klaim tertentu; untuk memecahkan masalah, atau untuk mengintegrasikan sejumlah gagasan menjadi satu kesatuan yang lebih koheren.

Subanji (2011: 4) mengungkapkan bahwa penalaran merupakan proses berpikir yang mencakup berpikir dasar, berpikir kritis, dan berpikir kreatif namun tidak termasuk mengingat. Tahapan berpikir paling rendah hanya berdasarkan ingatan. Tahapan selanjutnya yang lebih tinggi yaitu berpikir dasar yang merupakan bentuk paling umum dari berpikir. Tingkatan berpikir ketiga yaitu berpikir kritis. Berpikir kritis ditandai dengan kemampuan menganalisis masalah, menentukan kecukupan data untuk menyelesaikan masalah, memutuskan perlunya informasi tambahan, dan menganalisis situasi. Tingkatan berpikir tertinggi yaitu

berpikir kreatif. Berpikir kreatif ditandai dengan kemampuan menyelesaikan masalah dengan cara-cara yang tidak biasa, unik, dan berbeda-beda.

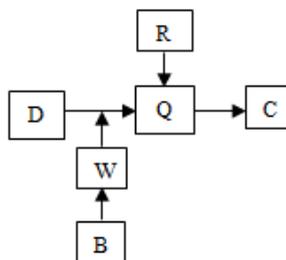
Open University (dalam Brodie: 2010) memaparkan bahwa penalaran matematika siswa meliputi pertanyaan dan upaya untuk menjawab tiga pertanyaan penting ketika terlibat dalam kegiatan matematika. Pertanyaan pertama yaitu “apa yang benar?”, pertanyaan ini dapat muncul saat siswa menemukan pola dan keteraturan yang dapat diberikan sebagai bukti untuk membenarkan ide. Jika bukti yang cukup telah ditemukan untuk meyakinkan siswa, ia dapat merumuskan suatu dugaan. Siswa yang belum matang dapat menarik kesimpulan umum berdasarkan pengukuran beberapa contoh. Kedua, “bagaimana saya bisa yakin?”, pertanyaan ini dapat muncul saat siswa dihadapkan dengan kemungkinan bahwa bukti yang dikumpulkan tidak dapat menjelaskan semua kasus dan perlu adanya beberapa alasan yang akan mencakup bukti dalam bentuk argumen atau bukti umum. Ketiga, “mengapa itu benar?”, kadang penjelasan logis yang menjelaskan kebenaran pernyataan tidak cukup untuk meyakinkan orang seperti mengapa sesuatu itu benar. Siswa perlu memahami mengapa sesuatu itu benar untuk diterimanya, bukan hanya pengecekan bahwa itu memang benar. NCTM (2009: 10-11) menyatakan bahwa penalaran siswa dapat berkembang dari tingkat kurang formal menuju tingkat lebih formal, bahkan dalam konteks matematika yang sama. Bukti empiris pada beberapa kasus berperan dalam penalaran tingkat awal, sedangkan argumentasi formal berperan dalam penalaran tingkat lanjut.

Terdapat dua praktik kunci dalam penalaran matematis yaitu justifikasi dan generalisasi, sedangkan praktek matematis lainnya seperti menyimbolkan, merepresentasikan, dan mengomunikasikan merupakan kunci pendukung (Brodie, 2010: 8). Siswa yang melakukan justifikasi berarti memberikan alasan-alasan yang cukup terhadap klaim mereka. Justifikasi dan generalisasi berkaitan erat dengan pembuktian dalam matematika. Penalaran dalam matematika sering diartikan mencakup penalaran formal, atau bukti, di mana kesimpulan logis disimpulkan dari asumsi dan definisi. Penalaran matematika dapat mengambil banyak bentuk, mulai dari penjelasan informal dan pembenaran bagi deduksi formal, serta pengamatan induktif (NCTM, 2009: 4). Brodie (2010: 9) mengambil pandangan yang sama dengan beberapa ahli, yaitu Ball & Bass; Davis & Hersh; Hanna & Jahnke; Kilpatrick dkk ; Kline; Krummheuer (dalam Brodie (2010: 9), bahwa bukti adalah salah satu bentuk argumen dan justifikasi tetapi tidak semua argumen dan justifikasi adalah bukti, dan bukti formal tidak selalu merupakan justifikasi atau penjelasan ide-ide matematis yang memadai.

Model Argumentasi Toulmin

Stephen E. Toulmin, seorang ahli filosofi, menganjurkan suatu pendekatan untuk menganalisis argumen yang sangat berbeda dengan pendekatan logika formal melalui hasil kerjanya pada tahun 1958 yaitu “*The Uses of Argument*” (Toulmin, 2003). Struktur argumentasi menurut skema Toulmin (2003) memiliki 6 tipe pernyataan dasar yang masing-masing memainkan peran yang berbeda yaitu *claim/conclusion*, *data*, *warrant*, *backing*, *modal qualifier*, dan *rebuttal*. *Claim/conclusion* (C) merupakan pernyataan yang diharapkan oleh pemberi argumen dapat meyakinkan orang lain. *Data* (D) merupakan dasar dari argumen, bukti yang relevan untuk klaim. *Warrant* (W) menjustifikasi hubungan antara data dan kesimpulan (*conclusion*), sebagai contoh adalah menyatakan suatu aturan,

definisi, atau membuat analogi. *Backing* (B) yang menghadirkan bukti lebih jauh yang mendukung *warrant*. *Modal Qualifier* (Q) mengkualifikasi kesimpulan dengan mengekspresikan derajat keyakinan, dan *Rebuttal* (R) yang berpotensi menolak kesimpulan dengan menyatakan kondisi dimana kesimpulan tersebut tidak berlaku. Enam komponen argumen dihubungkan bersama dalam struktur yang ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Struktur Argumen Toulmin

Aberdein (2005) menunjukkan beberapa aspek dari argumentasi matematis yang dapat ditangkap dengan baik oleh logika informal dan teori argumentasi Toulmin dapat digunakan untuk menunjukkan struktur argumen dalam pembuktian. Krummheuer (1995) dan Knipping (2002) juga menunjukkan bahwa model argumen Toulmin menjadi alat yang kuat untuk mengkarakterisasi argumen, termasuk argumen formal dan informal.

Penalaran Kovariasional

Carlson dkk (2002) mendefinisikan penalaran kovariasional sebagai aktivitas kognitif yang melibatkan koordinasi dua macam kuantitas yang berkaitan dengan cara-cara dua kuantitas tersebut berubah satu terhadap yang lain. Carlson dkk (2002) menyajikan suatu kerangka kerja kovariansi yang mendeskripsikan lima level kemampuan penalaran kovariasional dan lima aksi mental yang mencirikan level-level tersebut. Deskripsi aksi-aksi mental dapat disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Aksi Mental Kerangka Kerja Kovariansi

Aksi mental	Deskripsi aksi mental
Aksi Mental 1 (MA1)	Mengkoordinasi nilai satu variabel dengan perubahan pada variabel lain
Aksi Mental 2 (MA2)	Mengkoordinasi arah perubahan satu variabel dengan perubahan variabel lain
Aksi Mental 3 (MA3)	Mengkoordinasi besarnya perubahan satu variabel dengan perubahan variabel lain
Aksi Mental 4 (MA4)	Mengkoordinasi laju perubahan rata-rata fungsi dengan peningkatan yang seragam dari perubahan variabel <i>input</i>
Aksi Mental 5 (MA5)	Mengkoordinasi laju perubahan sesaat dari fungsi dengan perubahan kontinu pada variabel independen untuk seluruh domain fungsi

(Sumber: Carlson dkk, 2002)

Kemampuan penalaran kovariasional dicapai pada level tertentu ketika mendukung aksi mental yang berasosiasi dengan level tersebut dan semua level dibawahnya. Kerangka kerja level penalaran kovariasional disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Level Penalaran Kovariasional

Level	Aksi Mental
Level 1 (L1). Koordinasi (<i>Coordination</i>)	MA1
Level 2 (L2). Arah (<i>Direction</i>)	MA1 dan MA2
Level 3 (L3). Koordinasi kuantitatif (<i>Quantitative coordination</i>)	MA1, MA2, dan MA3
Level 4 (L4). Laju rata-rata (<i>Average rate</i>)	MA1, MA2, MA3, dan MA4
Level 5 (L5). Laju sesaat (<i>Instantaneous rate</i>)	MA1, MA2, MA3, MA4, dan MA5

(Sumber: Carlson dkk, 2002)

Saldanha & Thompson (1998) memandang bahwa gambaran tentang kovariansi bersifat berkembang dan guru dapat membangun konsep kovariansi siswa pada segala usia. Bagi siswa tingkat paling awal hingga kelas 12 tentu mengambil bentuk yang agak berbeda dengan karakterisasi kovariansi secara formal.

METODE

Pengambilan data penelitian ini dilakukan pada Semester Genap 2013/2014 terhadap 5 siswa kelas VIIIB MTs Negeri 1 Kediri yang dipilih berdasarkan kategori respon terhadap tes. Pada setiap kategori respon, subjek dipilih dengan mempertimbangkan kemampuan komunikasi siswa berdasarkan informasi dari guru. Data yang dilaporkan pada penelitian ini berasal dari hasil tes tertulis dan *Think Aloud*, serta wawancara berdasarkan tes. Tes yang diberikan kepada subjek berupa masalah kovariansi yang diadaptasi dari instrumen penelitian Koklu (2007) sebagai berikut.

Dua orang berada di sudut ruangan yang berseberangan dan berjalan ke arah satu sama lain. Mereka berjalan mendekat, berpapasan, dan kemudian saling menjauh. Gambarkan suatu grafik yang menunjukkan hubungan **jarak kedua orang tersebut** terhadap **waktu**, jika:

- mereka berjalan dengan kecepatan tetap sepanjang perjalanan.
- mereka berjalan melambat seiring keduanya mendekat, berpapasan, dan kemudian semakin cepat seiring keduanya saling menjauh

Berikan penjelasan tentang grafismu!

Data penelitian dianalisis secara kualitatif untuk diselidiki level penalaran kovariasionalnya dan setiap aksi mental dari penalarannya, serta struktur argumen yang membangun aksi-aksi mental tersebut. Tabel 3 menunjukkan pengkodean dalam proses analisis berdasarkan kerangka kerja penalaran kovariasional (Carlson dkk, 2002) dan model argumentasi Toulmin (2003).

Tabel 3. Pengkodean Komponen Argumen Pembangun Aksi Mental Kovariansi

Komponen	Aksi Mental					
	<i>Data</i>	<i>Backing</i>	<i>Warrant</i>	<i>Rebuttal</i>	<i>Qualifier</i>	<i>Claim</i>
Aksi Mental 1	MA1D	MA1B	MA1W	MA1R	MA1Q	MA1C
Aksi Mental 2	MA2D	MA2B	MA2W	MA2R	MA2Q	MA2C
Aksi Mental 3	MA3D	MA3B	MA3W	MA3R	MA3Q	MA3C
Aksi Mental 4	MA4D	MA4B	MA4W	MA4R	MA4Q	MA4C
Aksi Mental 5	MA5D	MA5B	MA5W	MA5R	MA5Q	MA5C

HASIL DAN PEMBAHASAN

Empat siswa dipilih sebagai subjek penelitian setelah pemberian tugas kovariansi berdasarkan respon tertulis siswa dan hasil *Think Aloud*. Peneliti memilih siswa dengan jenis respon yang menunjukkan indikasi awal level penalaran yang lebih tinggi. Pemilihan subjek untuk diwawancarai juga berdasarkan pertimbangan kemampuan komunikasi siswa. Tiga kelompok subjek penelitian yang memiliki karakteristik berbeda dipaparkan dan dianalisis struktur penalaran kovariasionalnya. Semua subjek dapat menunjukkan aksi mental koordinasi awal (MA1) dan koordinasi arah perubahan (MA2). Subjek 1 dapat menunjukkan aksi mental koordinasi besar perubahan (MA3) tetapi ia masih mengalami kesulitan dalam melakukannya. Sedangkan aksi mental koordinasi laju perubahan (MA4) dan koordinasi laju perubahan sesaat (MA5) tidak dapat ditunjukkan oleh semua subjek.

Komponen-komponen argumen subjek memiliki pola yang serupa, namun ketika melakukan MA1 dan MA2, terdapat dua kategori dalam memandang suatu variabel sebagai variabel bebas atau terikat. Deskripsi komponen argumentasi MA1 dan MA2 subjek disajikan pada Tabel 4 dan 5.

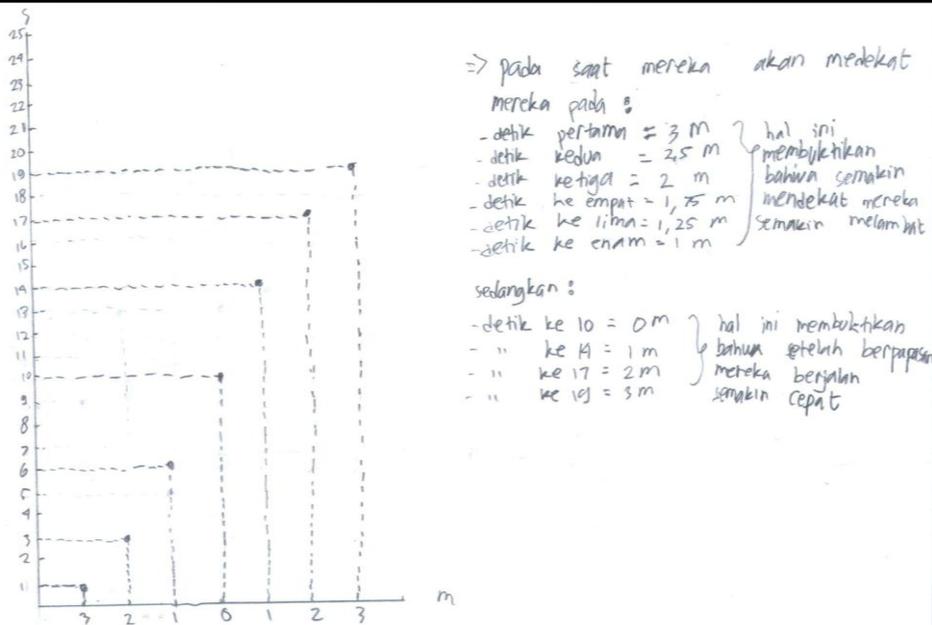
Tabel 4. Deskripsi Komponen Aksi Mental 1 (Koordinasi Awal)

Komponen	Deskripsi	
	Jarak sebagai variabel bebas	Waktu sebagai variabel bebas
MA1D	Posisi dan pergerakan kedua orang	Posisi dan pergerakan kedua orang
MA1B	Contoh-contoh kasus	Contoh-contoh kasus
MA1W	Kejadian berlangsung dalam perubahan waktu	Waktu berubah ketika suatu kejadian sedang berlangsung
MA1C	Terjadi perubahan waktu saat memperhatikan perubahan jarak	Terjadi perubahan jarak saat memperhatikan perubahan waktu

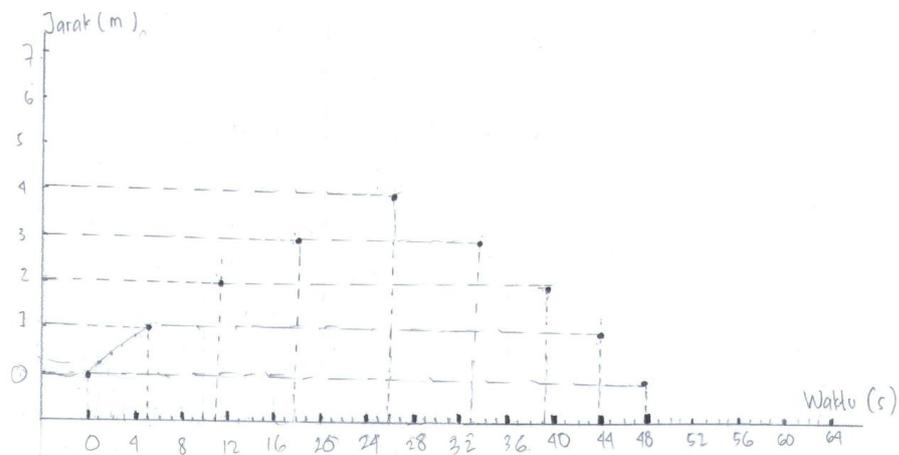
Tabel 5. Deskripsi Komponen Aksi Mental 2 (Koordinasi Arah Perubahan)

Komponen	Deskripsi	
	Jarak sebagai variabel bebas	Waktu sebagai variabel bebas
MA2D	Posisi, pergerakan kedua orang	Posisi, pergerakan kedua orang
MA2B	MA1	MA1
MA2W	Ketika mendekat jarak kedua orang mengecil dan ketika menjauh jarak kedua orang membesar.	Ketika mendekat jarak kedua orang mengecil dan ketika menjauh jarak kedua orang membesar.
MA2C	Sebelum berpapasan, nilai variabel waktu meningkat seiring menurunnya nilai variabel jarak. Setelah berpapasan, nilai variabel waktu meningkat seiring meningkatnya nilai variabel jarak.	Sebelum berpapasan, nilai variabel jarak menurun seiring penambahan waktu. Setelah berpapasan, nilai variabel jarak meningkat seiring penambahan waktu.

Perbedaan cara memandang suatu variabel sebagai variabel bebas atau variabel terikat ditunjukkan pada Gambar 2 dan 3. Gambar 2 menunjukkan cara Subjek 1 memandang variabel waktu sebagai variabel bebas. Sedangkan Gambar 3 menunjukkan cara Subjek 2 memandang variabel jarak sebagai variabel bebas.



Gambar 2. Konstruksi grafik oleh Subjek 1



Untuk 1 m pertama, mereka membutuhkan 5s, 1 m kedua, memerlukan 6s, dan seterusnya, sampai 1 m keempat memerlukan 8s, karena semakin mereka berdekatan semakin lambat kecepatannya.

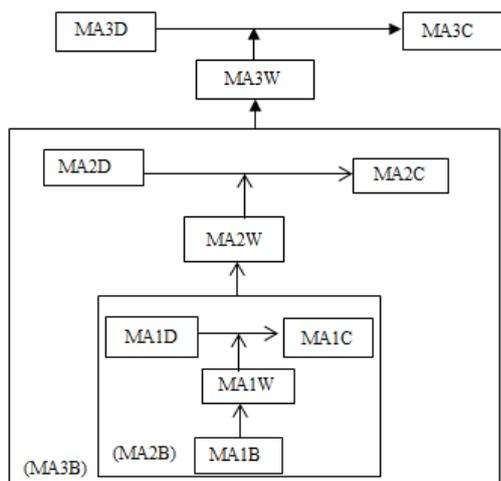
Sebaliknya, 1 m kelima memerlukan 7s, 1 m keenam memerlukan 6s dan seterusnya. Karena semakin mereka berjauhan, semakin cepat.

Gambar 3. Konstruksi grafik oleh Subjek 2

Meskipun sebagian subjek dapat melakukan MA3, ketika melakukan koordinasi besar perubahan untuk kasus kondisi kecepatan yang berubah, subjek kadang mengganti peran variabel bebas dan terikat selama mendiskusikan pemikiran mereka untuk mengonstruksi grafik dalam tugas kovariansi sebagai bentuk refleksi pemikirannya untuk dapat melakukan koordinasi besar perubahan dengan benar. Perilaku subjek yang mengganti peran variabel seperti itu juga dilakukan oleh sebagian mahasiswa dalam penelitian Carlson dkk (2002). Deskripsi komponen argumentasi MA3 subjek disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Deskripsi Komponen Aksi Mental 3 (Koordinasi Besar Perubahan)	
Komponen	Deskripsi
MA3D	<ul style="list-style-type: none"> • Posisi dan pergerakan kedua orang • Kecepatan tetap/berubah
MA3B	MA2
MA3W	<ul style="list-style-type: none"> • Ketika kecepatan tetap maka waktu yang dibutuhkan untuk perubahan jarak tertentu juga tetap. • Ketika kecepatan terus berkurang maka waktu yang dibutuhkan untuk perubahan jarak tertentu semakin banyak. • Ketika kecepatan terus bertambah maka waktu yang dibutuhkan untuk perubahan jarak tertentu semakin sedikit.
MA3C	<ul style="list-style-type: none"> • Untuk kecepatan tetap, terjadi perubahan waktu yang besarnya selalu tetap ketika memperhatikan besar perubahan jarak yang tetap/ terjadi perubahan jarak yang besarnya selalu tetap ketika memperhatikan besar perubahan waktu yang tetap. • Untuk kecepatan berubah, sebelum berpapasan, terjadi perubahan waktu yang besarnya semakin bertambah ketika memperhatikan besar perubahan jarak yang tetap. • Untuk kecepatan berubah, setelah berpapasan, terjadi perubahan waktu yang besarnya semakin berkurang ketika memperhatikan besar perubahan jarak yang tetap.

Beberapa penelitian sebelumnya, yaitu Aberdein (2005), Yackel (2002), dan Brinkerhoff (2007) menunjukkan bahwa model argumen Toulmin dapat diperinci sehingga suatu argumen dapat menjadi komponen bagi argumen selanjutnya. Aksi-aksi mental kovariansi muncul secara berurutan sehingga aksi mental yang lebih tinggi tidak dapat muncul jika aksi mental sebelumnya tidak muncul. Oleh karena itu, argumen subjek pada masing-masing aksi mental selalu terkait. Pengaitan aksi-aksi mental kovariansi subjek dapat digambarkan dalam skema baru yang menjadikan aksi-aksi mental kovariansi menjadi satu kesatuan yang utuh dalam penalaran kovariasional seseorang. Struktur argumen dalam penalaran kovariasional siswa disajikan pada Gambar 4. Skema ini konsisten dengan penelitian Brinkerhoff (2007) bahwa kadang *backing* tidak sederhana dan dapat diperinci menjadi beberapa komponen.



Gambar 4. Struktur Argumen Penalaran Kovariasional Level 3

Perbedaan lain komponen argumen subjek terdapat pada komponen “*backing*” yang berupa contoh-contoh kasus yang mereka gunakan. Subjek dalam penelitian ini menggunakan analogi dari beberapa contoh kasus koordinasi nilai variabel yang mereka gunakan yang disesuaikan dengan kondisi dalam masalah meskipun masalah pada lembar tugas kovariansi tidak mencakup ketentuan ukuran ruangan. Contoh-contoh kasus ini menjadi “*backing*” yang pertama pada argumen aksi mental siswa. Ketepatan dalam membuat contoh akan berpengaruh terhadap kesimpulan pada argumen-argumen selanjutnya yang akan membangun aksi-aksi mental penalaran kovariasional. Penalaran siswa yang didasarkan pada bukti empiris ini menurut NCTM (2009: 10-11) merupakan tingkat awal penalaran. Argumen berdasarkan kasus juga ditemukan oleh Rice (2015) pada guru matematika sekolah menengah pertama ketika diberi tes tentang matematika sekolah dan perguruan tinggi, yang mana hal ini tidak dapat diterima di matematika tingkat lanjut.

Meskipun penggunaan contoh pendukung menunjukkan keterbatasan penalaran siswa, namun hal ini tidak selalu merugikan. Cooper dkk (2011) menemukan bahwa pendekatan empiris, yaitu melalui contoh kasus, merupakan pendekatan yang paling umum digunakan oleh siswa sekolah menengah untuk menunjukkan kebenaran suatu dugaan matematis. Strategi induktif empiris dapat berdampingan dan melengkapi strategi deduktif formal dan penggunaan contoh strategis mungkin penting pada tahap awal justifikasi matematika. Knuth dkk (2011) mengambil pandangan positif terhadap strategi induktif daripada hanya melihat strategi ini sebagai strategi yang terbatas atau sebagai kegagalan dalam mengadopsi strategi deduktif. Strategi induktif merupakan bentuk penalaran yang kuat dan berguna dalam membangun dasar dari justifikasi dan penjelasan matematis.

Meskipun argumen subjek didukung oleh beberapa kasus, subjek tidak menunjukkan antisipasi terhadap penolakan klaim dengan contoh penyangkal. Peran *rebuttal*, yaitu memperhatikan kondisi yang membatasi jangkauan argumen, belum nampak pada argumen subjek sehingga komponen *modal qualifier* dalam argumen subjek kurang signifikan. Inglis dkk (2007) mengungkapkan pentingnya peran *rebuttal* dan *modal qualifier* dalam membangun argumen berdasarkan penyelidikannya terhadap argumen non formal yang dibangun oleh matematikawan profesional. Inglis dkk (2007) menunjukkan bahwa kedua komponen tersebut berpotensi membedakan antara matematikawan ahli dan pemula dalam menggunakan argumen non formal yaitu seorang ahli cenderung memberikan perhatian terhadap komponen *rebuttal* dan *modal qualifier* untuk meyakinkan klaimnya. Sementara itu partisipan dalam penelitian Rice (2015) yang memiliki keterbatasan dalam argumen mereka yang didasarkan pada contoh kasus juga tidak dapat menunjukkan skema Toulmin yang lengkap.

SIMPULAN DAN SARAN

Argumen siswa secara umum terdiri dari komponen-komponen *data*, *backing*, *warrant*, dan *conclusion*. Terdapat perincian dari struktur argumen Toulmin dalam penalaran kovariasional subjek, yaitu suatu *backing* terbentuk dari komponen-komponen argumen yang muncul sebelumnya. Perincian ini konsisten dengan urutan munculnya aksi mental kovariasional yang berkorespondensi dengan level penalaran siswa.

Secara umum, penalaran siswa pada penelitian ini terbatas oleh argumen yang didasarkan pada contoh kasus dan ketidaklengkapan komponen argumen, yaitu tidak munculnya *rebuttal* dan *modal qualifier*. Brinkerhoff (2007) menunjukkan bahwa komponen argumen siswa tergantung pada konvensi kelas, dan konvensi kelas merupakan hasil interaksi dan pengajaran. Oleh karena itu, guru diharapkan dapat mengarahkan siswa untuk memunculkan komponen *rebuttal* dan *modal qualifier*.

Dalam lingkup masalah kovariansi pada penelitian ini, keberadaan *rebuttal* dan *modal qualifier* sulit diidentifikasi ketika siswa tidak menyatakannya secara eksplisit. Masalah kovariansi yang dapat mengungkapkan komponen argumen *rebuttal* dan *modal qualifier* siswa dapat menjadi pertimbangan pada penelitian lanjutan. Masalah yang disajikan kepada siswa pada penelitian ini tergolong “*problem to find*”, yaitu siswa harus menentukan grafik dari masalah yang disajikan. Analisis terhadap argumen dalam penyelesaian “*problem to prove*” yang meliputi bukti langsung, kontradiksi, kontraposisi, atau induksi, dapat menjadi bahan kajian untuk penelitian lanjutan.

DAFTAR RUJUKAN

- Aberdein, A. (2005). The Uses of Argument in Mathematics. *Argumentation*, 19, 287–301.
- Aberdein, A. (2006a). *Managing Informal Mathematical Knowledge: Techniques from Informal Logic*. Makalah disajikan dalam The 5th International Conference on Mathematical Knowledge Management, St. Annes Manor, Wokingham, UK, Agustus 2006.
- Aberdein, A. (2006b). The Informal Logic of Mathematical Proof. Dalam R.Hersh (Ed.), 18 *Unconventional Essays on the Nature of Mathematics*, (pp.56–70). Berlin Heidelberg New York: Springer.
- Bishop, S., & John, A. (2008). *Teaching High School Student Parametric Functions Through Covariation*. USA: Arizona State University (Research Paper for Masters Degree).
- BSNP. (2006). *Panduan Penyusunan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan Jenjang Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Badan Standar Nasional Pendidikan.
- Brinkerhoff, J. A. (2007). Applying Toulmin's Argumentation Framework to Explanations in a Reform Oriented Mathematics Class. *All Theses and Dissertations*. Paper 1408.
- Brodie, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. New York: Springer.
- Carlson, M. P., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study. *Journal for Research in Mathematics Education*. 33(5), 352 – 378.
- Carlson, M. P., & Thompson, P. W. (2005). *The Reflective Relationship Between Individual Cognition and Classroom Practice: a Covariation Framework and Problem Solving Research Inform Calculus Instruction*. Makalah disajikan dalam Annual Meeting of the American Educational Research Association, Montreal, Quebec.

-
- Cooper, J. L., Walkington, C.A., Williams, C. C., Akinsiku, O. A., Kalish, C. W., Ellis, A. B., & Knuth, E. J. (2011). *Adolescent Reasoning in Mathematics: Exploring Middle School Students' Strategic Approaches in Empirical Justifications*. Makalah disajikan dalam Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Cognitive Science Society, Boston, MA.
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling Mathematical Argumentation: The Importance of Qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 3–21.
- Johnson, H. L. (2012). Reasoning About Variation in The Intensity of Change in Covarying Quantities Involved in Rate of Change. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(3), 313–330.
- Kemendikbud. (2013). *Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan No 65 Tahun 2013 tentang Standar Proses*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Knuth, E., Kalish, C., Ellis, A., Williams, C., & Felton, M. (2011). Adolescent Reasoning in Mathematical and Non-mathematical Domains: Exploring the Paradox. Dalam V. Reyna, S. Chapman, M. Dougherty, & J. Confrey (Eds.), *The Adolescent Brain: Learning, Reasoning, and Decision Making* (183-210). Washington, DC: American Psychological Association.
- Koklu, O. (2007). *An Investigation of College Students' Covariational Reasonings*. USA: Florida State University (Ph.D. Dissertation).
- NCTM. (2002). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM.
- NCTM. (2009). *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. USA: NCTM.
- Rice, L. (2015). Prospective Secondary Mathematics Teachers' Thinking in Arguing: Applying Toulmin's Scheme to Four Cases. *The Researcher*, 27(2), 20-24.
- Saldanha, L., & Thompson, P. W. (1998). *Re-thinking Co-variation from a Quantitative Perspective: Simultaneous Continuous Variation*. Dalam S. B. Berensah & W. N. Coulombe (Eds.), *Proceedings of the Annual Meeting of the Psychology of Mathematics Education - North America*. Raleigh, NC: North Carolina State University.
- Subanji. (2011). *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariansi*. Malang: UM Press.
- Tall, D. (2008). The Transition to Formal Thinking in Mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20 (2), 5-24.
- Thompson, P. W. (1996). Imagery and The Development of Mathematical Reasoning. Dalam L. P. Steffe, B. Greer, P. Neshier, P. Cobb, & G. Goldin (Ed.), *Theories of Learning Mathematics* (267-283). Hillsdale, N J: Erlbaum.
- Toulmin, S. (2003). *The Uses of Argument (Updated Edition)*. UK: Cambridge University Press.
- Yackel, E. (2002). What We Can Learn From Analyzing The Teacher's Role in Collective Argumentation. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 423-440.